



Göz Akımları Yöntemiyle Kesirli-Mertebeden 2xn RLC Devre Ağının Analizi Analysis of Fractional-Order 2xn RLC Circuit Network by Mesh Currents Method

Mahmut Ün¹, Manolya Ün², Faruk Sanberk Kızıltaş³

¹Biyomedikal Mühendisliği Bölümü, Yeni Yüzyıl Üniversitesi, İstanbul, Türkiye
mahmut.un@yeniyuzuil.edu.tr

²Tıp Fakültesi, Medical University of Plevne, Plevne, Bulgaristan
manolya.un3@gmail.com

³Biyomedikal Mühendisliği Bölümü, Yeni Yüzyıl Üniversitesi, İstanbul, Türkiye
fsanberk.kiziltas@yeniyuzuil.edu.tr

Özetçe — Bu makalede, kesirli - mertebe domeninde 2xn RLC devre ağının yeni bir analiz yöntemi tanıtılmıştır. Önerdiğimiz yöntem, ilk basamakta göz akımları yöntemi kullanılarak, ağın transfer fonksiyonu ve eşdeğer empedanslarının türetilmesini gerektirir. Band matrisin tersini bulma algoritması kullanılarak ilgili kuramsal formüller elde edilmiştir. Buna ek olarak, sistem parametrelerinin transfer fonksiyonu ve empedans karakteristikleri üzerindeki etkileri, katılımcı göz sayısı (n) veya ağın kesirli mertebesi denetimli olarak değiştirilerek çalışılmıştır. Yöntemin geçerliliğini kanıtlayan matematiksel analizler ve MATLAB benzetimleri son adımda çalışmaya eklenmiştir.

Anahtar Kelimeler — kesirli-mertebe devreler; empedans karakteristikleri; transfer fonksiyonu; göz akımları.

Abstract — This paper a novel analysis method for the evaluation of 2xn RLC circuit networks is introduced in the fractional order domain. The method entails the initial derivation of the transfer function and the equivalent impedances of the network based on the mesh current method. Corresponding theoretical formulations are obtained through the application of the band matrix inversion algorithm. In addition, we further investigate the effects of the system parameters on the transfer function and the impedance characteristics by either varying the number of the participating mesh (n) or the fractional order of the network. Finally, we perform and include the necessary mathematical analyses and numerical MATLAB simulations to demonstrate the validity of the study.

Keywords— fractional-order circuit; impedance characteristics; transfer function; mesh currents.

978-1-5090-2386-8/16/\$31.00 ©2016 IEEE

I. GİRİŞ

Devre ağları elektriksel sistemler dışında biyolojik ve kimyasal sistemlerin analizi ve modellenmesi amacıyla kullanılmaktadır [1,2]. Bu yaklaşımın sonucunda, doğada düzlemsel devre ağlarının varlığını gösteren grafenin direnç ağlarının araştırılması fizikte 2010 Nobel ödülü almıştır [3,5]. Geçmiş yıllarda entegre devre ağları konularında yapılan yayınların sayısı hızla artmıştır. Bahsi geçen yayınların çoğu, temel konu olarak, sabit mertebe tek elemanlı devre ağları kapasite veya direnç analizi üzerinde yoğunlaşmaktadır [6,7]. Kesirli mertebe çok elemanlı devre ağlarının empedansları konusunda ise yeterince çalışma yapılmamıştır.

İnduktans ve kapasiteler için geliştirilen kesirli-mertebe matematiksel modeller, benzetimi yapılan sistemin elektriksel karakteristiklerini daha doğru değerlerle ifade edebilir, çünkü gerçek induktans ve kapasiteler doğal olarak kesirli mertebededir [8]. Kesirli-mertebeden induktans daha önceki çalışmalarda deri etkisini ve kesirli mertebeden kapasite farklı elektrolitik kapasiteleri modellemede kullanılmıştır [9-11].

Günümüzde, araştırmacılar kesirli elektronik elemanların gerçekleştirilmesi ve tasarımı konusunda çalışmalarına devam etmektedir [12-16]. Bunun yanında, bazı araştırmacılar kesirli-mertebe devre kuramının teorisi üzerinde yoğunlaşmıştır [17-20]. Yine de sadece birkaç çalışma, kesirli-mertebe anlamında biyolojik sistemlerin modellenmesinde kullanılan 2xn devre ağının elektriksel karakteristikleri konusunda çalışmaktadır.

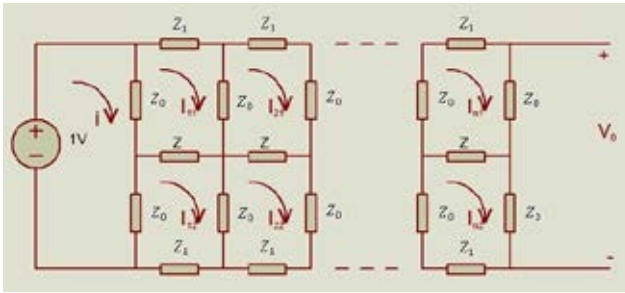
Sunduğumuz çalışma, kesirli-mertebeden 2xn RLC elektrik devresinin canlı dokularının modellenmesi amacıyla kullanımı üzerinedir. İlk aşamada transfer fonksiyonu ve empedansının genel formülleri, göz akımları yöntemi ve simetrik band matrisin tersi algoritmasını türetilmiştir. Türetim yönteminin geçerliliği, klasik analiz yöntemleri kullanılarak kanıtlanmıştır. Buna ek olarak, devre açısından transfer fonksiyonu ve empedans karakteristiklerinin dinamik analizlerinin sonuçları sayısal benzetimlerle incelenmiştir.

Biyomedikal Ölçüm 1

2. Gün / 28 Ekim 2016, Cuma

II. KESİRLİ MERTEBEDEN 2XN RLC DEVRE AĞININ GÖZ AKIMLARIYLA ANALİZİ

Devre ağları elektriksel, biyolojik ve kimyasal sistemlerin modellenmesi ve analizinde kullanılmaktadır. Biyolojik sistemlerin modellenmesinde, doku özelliklerinin tam olarak karakterize edilebilmesi açısından kesirli mertebeden elemanların kullanılması uygundur. Düzlemsel kesirli mertebeden 2xn RLC devre ağı için kullanılan model Şekil 1'de gösterilmiştir. Burada Z_0 direnç değerlerini, Z kesirli mertebeden kapasiteleri ve Z_1 kesirli mertebeden indüktansları göstermektedir.



Şekil 1. Kesirli mertebeden 2xn RLC devre ağı modeli

Devre düzlemsel olduğundan, analiz için göz akımları yöntemi kullanmak uygun olur. Devre ağının girişini 1V'luk bir kaynaka uyararak transfer fonksiyonunu ve eşdeğer empedans hesaplamalarını kolaylaştırır. Şekil 1'de verilen devre için göz akımları denklemleri yazıldığında:

$$A I = V \quad (1)$$

matrisel eşitliği elde edilir. Burada $A(2n+1) \times (2n+1)$ boyutunda empedans matrisini, $I(2n+1)$ boyutunda göz akımları vektörünü ve $V = [1 \ 0 \ \dots \ 0]'$ eleman değerleriyle $(2n+1)$ boyutunda gerilim kaynakları vektörünü gösterir (Denklem 2):

$$A = \begin{bmatrix} 2Z_0 & -Z_0 & -Z_0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ -Z_0 & Z' & -Z & -Z_0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ -Z_0 & -Z & Z' & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -Z_0 & 0 & -Z' & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & Z' & 0 & -Z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & -Z_0 & 0 & Z' & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & -Z_0 & -Z & Z' \end{bmatrix}$$

A empedans matrisinin eleman değerleri (2) eşitliğinde verilmiştir. Matris yapısı simetrik band matristir. Burada $Z' = 2Z_0 + Z + Z_1$ olarak tanımlanmıştır.

Devre ağı için çıkış geriliminin değeri:

$$V_0 = [0 \ 0 \ \dots \ Z_0 \ Z_0] I \quad (3)$$

olur. Burada I akım vektörü matrisel ters alma işlemiyle bulunur.

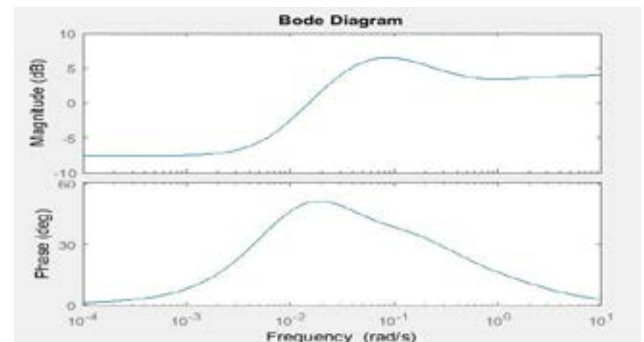
$$I = A^{-1}V \quad (4)$$

Bu eşitliklerden eşdeğer empedans $Z = 1/i$ ve transfer fonksiyonu $H(s) = V_0$ eşitliklerinden bulunur. Bu değer kesirli mertebeden devreler için eşdeğer empedans ve transfer fonksiyonu MATLAB'ın sembolik programlama özelliği kullanılarak da bulunabilir.

Band matrisin tersinin bulunabilmesi için literatürde verilen algoritmalar kullanılarak, transfer fonksiyonu ve eşdeğer empedans için daha genel analitik ifadeler elde edilebilir. Bu çalışma kesirli mertebeden nxn RLC devre ağı modeli için daha da geliştirilebilir. Bu konular daha sonraki araştırmalar için düşünülmektedir.

III. BİLGİSAYAR BENZETİMLERİ

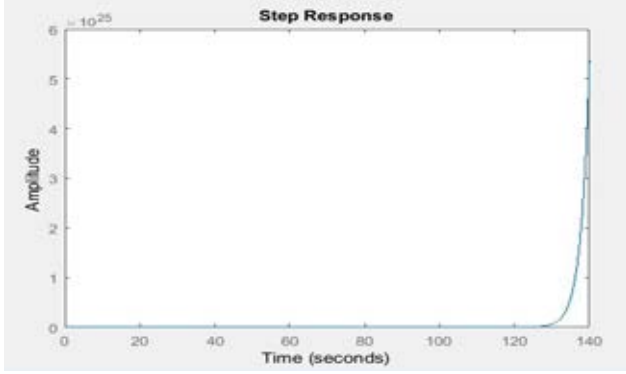
MATLAB benzetimlerinde $n=10$ göz sayılı bir ağ kullanılmıştır. Önce devre ağının eşdeğer empedansı ve transfer fonksiyonu sembolik programlamayla bulunmuştur, daha sonra kesirli mertebeden elemanlar için literatürde verilen yaklaşımlar kullanılarak, transfer fonksiyonu ve eşdeğer empedans rasyonel fonksiyon şeklinde elde edilmiştir. MATLAB benzetimleriyle devre ağının empedans karakteristikleri ve transfer fonksiyonunun frekans yanıtı, basamak ve darbe yanıtları elde edilmiştir. Kesirli domende önerilen ağ parametreleri için $Z_0=1$, $n=10$, $\alpha=\beta=0.5$ değerleri, $s^{0.5}=(3*s+1)/(s+3)$ ve $s^{(-0.5)}=(s+3)/(3*s+1)$ yaklaşımları kullanılmıştır [21]. Önce (3) eşitliği ile verilen transfer fonksiyonunun MATLAB benzetiminde sırayla frekans, basamak ve darbe yanıtları elde edilmiştir. Bu yanıtların grafikleri sırayla Şekil 2a, 2b ve 2c'de gösterilmiştir. Şekil 2a biyolojik bir dokunun transfer fonksiyonunun genlik ve fazının açısal frekansla değişimini göstermektedir. Doku transfer fonksiyonunun yüksek geçiren filtre karakteristiği vardır. Kesim frekansı 0.01-0.1 rad/s arasındadır. $\omega > 1$ rad/s değeri için filtre genliği sabit kalmaktadır. Şekil 2b ve 2c 'deki darbe ve basamak yanıtlarında gecikmeler açıkça görülmektedir. Modelimize göre yüksek frekanslı işaretler bir zaman gecikmesiyle zayıflamadan dokudan iletilmektedir, çok alçak frekanslı işaretler ise zayıflatılarak gecikmeyle dokudan iletilmektedir. Bu benzetim sonuçları, biyolojik dokularda yapılan fiziksel ölçümlerle örtüşmektedir. Kesirli mertebeden ve n hücre değerlerine göre, dokunun transfer fonksiyonu ve eşdeğer empedansı gibi büyüklükler karşılaştırılmalı olarak incelenebilir ve çeşitli yorumlar yapılabilir. Bu konular daha sonraki çalışmalar için düşünülmektedir.



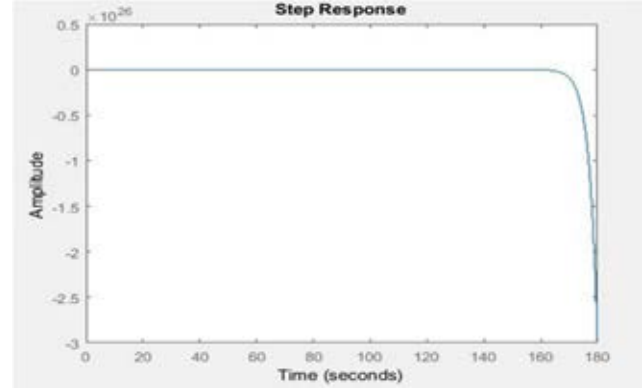
Şekil 2a. Transfer fonksiyonunun frekans yanıtı

Biyomedikal Ölçüm 1

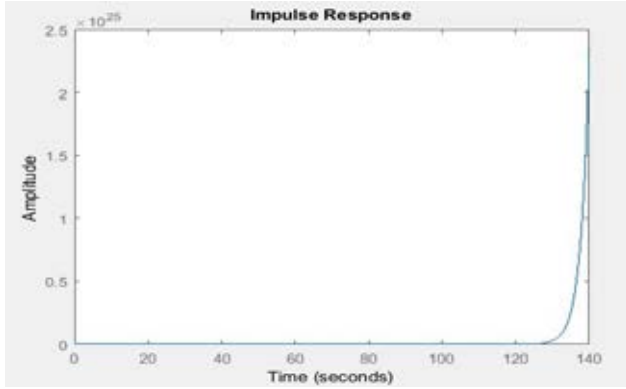
2. Gün / 28 Ekim 2016, Cuma



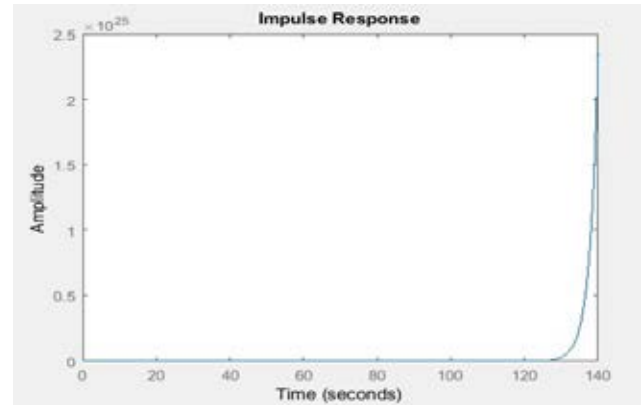
Şekil 2b. Transfer fonksiyonunun basamak yanıtı



Şekil 3b. Eşdeğer empedansın basamak yanıtı

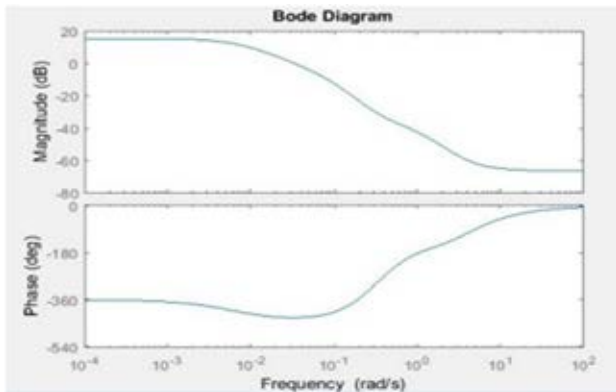


Şekil 2c. Transfer fonksiyonunun darbe yanıtı



Şekil 3c. Eşdeğer empedansın darbe yanıtı

Daha sonra yine aynı parametre değerleri için (4) eşitliğiyle verilen eşdeğer empedansın MATLAB benzetimleriyle daha önce yapılan analizler tekrarlanmıştır. Eşdeğer empedans için elde edilen frekans, basamak ve darbe yanıtları sırayla Şekil 3a, 3b ve 3c'de gösterilmiştir. Şekil 3a'daki eşdeğer empedansın frekans yanıtı alçak geçiren bir filtre davranışındır. Filtrenin kesim frekansı 0.01-01 rad/s ve $\omega > 100$ rad/s işaret zayıflar çıkış sıfırdır. Şekil 3b ve 3c'den 180 san. lik bir sürenin sonunda basamak yanıtı negatif oluyor ve darbe yanıtı 140 saniyelik bir zaman gecikmesiyle yükseliyor.



Şekil 3a. Eşdeğer empedansın frekans yanıtı

IV. SONUÇLAR

2xn boyutlu RLC devre ağ modeli klasik göz akımları yöntemiyle analiz edilerek, ağın matematiksel modelini gösteren transfer fonksiyonları elde edilmiştir. Elektriksel ağın dinamik analizi için transfer fonksiyonu ve eşdeğer empedans değerleri, analitik açık ifadeler olarak elde edilmiştir. Ağ modelinde lineer olmayan kesirli mertebeden elemanlar bulunmasına rağmen, Laplace dönüşümünün özelliklerini kullanarak, transfer fonksiyonu yaklaşımı ağın dinamik analizinde kullanılmıştır. Hücrelerden oluşan bir dokunun elektriksel eşdeğeri 2xn boyutlu devre ağ modeliyle gösterilebilir ve böylece dokunun elektriksel özellikleri incelenebilir. Bu işlemin tersi tasarım problemidir yani; belli özellikleri olan doku üretimi için önce elektriksel eşdeğer devresinin tasarımı yapılır, daha sonra biyolojik dokunun gerçekleştirme işlemine geçilir. Önerilen ağ için yapılan MATLAB sembolik benzetimleri sonuçlarıyla, ağın istenilen başarımı test edilmiştir. Ayrıca modelde kullanılan hücre sayısına, kesirli mertebe değerine bağlı olarak ağın başarımı, önerilen model yardımıyla kolayca incelenebilir. Bu konular daha sonraki çalışmalara bırakılmıştır.



KAYNAKÇA

- [1] E. Sanchezsinencio and R.W. Newcomb, IEEE Trans. Neural Netw. 3 (1993) 385
- [2] H. Ghatouri Shiraz, K. Mak. and S. Uehara, A proposal of short pulse generation using nonlinear LC ladder networks with amplifiers, Microw Opt. Techn. Let. 3 (1997) 154-156
- [3] V. Winstead and C.L. Demarco, Network essentialy, IEEE T. Circuits-I. 3 (2013) 703 – 709
- [4] G. Ferri and G. Antoinini, Ladder_network_based mpdel for interconnects and transmission lines time delay and cutoff frequency determination, J. Circuits Syst. Comput. 4 (2007), 489 – 505
- [5] M. Q. Owaidat, R.S. Hijjawi and J.M. Khalifeh, Network with two extra interstitial resistor, Int. J. Theor. Phys. 10 (2012), 3152 – 3159
- [6] P.E.T. Jorgenson and E.P.J. Pearse, Resistance Boundaries of Infinite Networks (Springer Basel, Switzerland)
- [7] R.S. Hijjawi, J.H Assad and H.J Sakaji, Perturbation of an infinite network of identical capacitors, Int. J. Mod. Phys. B 2 (2007) 199 – 209
- [8] G. Carlson and C. Halijaj, Approximation of fractional capacitors by regular Newton process, IEEE T. Circuit Systç (1964) 210 – 213
- [9] S. Westerlund and L Ekstam, Capacitor theory, IEEE T. Dielectr. Insulat. 5 (1994) 826
- [10] S. Westerlund, Dead Matter has Memory (Causal Consulting Kalmar, Sweden, 2002)
- [11] M.J.A. Tenreiro and A.M.S.F. Galhano, Fractional order inductive phenomena based on the skin effect, Nonlinear Dyn. 1-2 (2012) 107 – 115
- [12] A. G. Radwan and K. N. Salama, Passive and active elements using fractional circuit, IEEE T. Circuits-I 10 (2011) 2388 – 2397
- [13] S. Das, M. Sivaramakrishna, K. Biswas and B. Goswami, Performance study of a constant phase angle based impedance sensor to detect milk adulteration, sensors and actuators A-Physical 2 (2011), 273-278
- [14] M.S. Krishna, S. Das, K Biswas and B. Goswami Fabrication of a fractional order capacitor with desired specifications; A study on process identification and characterization, IEEE Trans. Electron Dev. 11 (2011) 4067 – 4073
- [15] T. Haba, G. Ablart, T. Camps and F. Olivie, Influence of the electrical parameters on the input impedance of a fractal structure realised on silicon, Chaos Solitons Fract. 2 (2005), 479 – 490
- [16] A.M. Elshurafa, M.N. Almadhoun, K.N. Salama and H.N. Alshareet, Microscale electrostatic fractional capacitors using reduced graphene oxide percolated polymer composites, Appl. Phys. Lett. 23 (2013)
- [17] A.G. Radwan and K.N. Salama, Fractional – order RC and RL circuit, circuits syst. Signal process 6 (2012) 1901 – 1915
- [18] H.Y. Jia, Z.Q. Chen and G.Y.Qi, Topological horseshoe analysis and circuit realization for a fractional-order Lu system, nonlinear dynam. 1 – 2 (2013) 203 – 212
- [19] P. Chen and S. B. He, Analysis of the fractional-order parallel tank circuit, J. Circuits sys. Comput. 6 (2013)
- [20] B. Maundy, A.S. Elwakil and T.J. Freeborn, On the practical realization of higher order filters with fractional stepping, Signal process. 3 (2011) 2484 – 491
- [21] M E Fouda, A S Elwakil, A G Radwan and BJ Maundy, Fractional-order two port network, Mathematical Problems in Engineering, 2016