

İKİ OSİLATÖRLÜ KALP MODELİNİN SENKRONİZASYONU İÇİN LİDER-İZLEYİCİ DENETLEYİCİ TASARIMI

DESIGN OF A MASTER-SLAVE CONTROLLER FOR SYNCHRONIZING TWO-OSCILLATOR HEART SYSTEM MODELS

Mahmut Ün¹, Manolya Ün²

¹Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi
İstanbul Yeni Yüzyıl Üniversitesi
mahmutun908@gmail.com

²Faculty of Medicine
Medical University Of Pleven
manolya.un3@gmail.com

Özetçe

Bu bildiri insan kalbinin elektriksel aktivitesinin merkezini süren, izleyici osilatör AV ve lider osilatör SA düğümleri arasındaki senkronizasyon süreci için matematiksel modeller incelenmiştir. İki düğüm arasında bir senkronizasyonun olmaması, farklı tip kalp aritmilerinin nedenlerinin anlaşılmasını açıklar. Bu nedenle çalışmamızda, benzer bir kalp rahatsızlığı koşulunun benzetimi yapıldı ve rahatsızlığın tedavisi için, doğrusal geribesleme yöntemlerini kullanarak uygun bir denetleyici tasarlandı. Bir zaman gecikmesi olan SA düğümüne belirlenen büyüklükte bir gerilimin uygulandığı iki osilatörlü kalp sistem modelini kullandık. Yakınsamadan emin olmak için “Lyapanuv Kararlılık Teoremini” sistemimize uyguladık ve sunum için SIMULINK programını kullanarak, ilgili parametrelerle sonuçların benzetimini yaptık.

Anahtar Kelimeler — Van der Pol osilatörü; senkronizasyon; lider-izleyici denetleyici; Lyapanuv kararlılık teoremi; kalp sistem modelleri

Abstract

This paper studies various mathematical models for the process of synchronization between the master oscillator SA and follower oscillator AV nodes, which are driving centers of the electrical activity of the human heart. A lack of synchronization between the two nodes is reportedly the underlying cause of different types of cardiac arrhythmias. Thus, in our study, we simulated a similar pathological condition and designed an appropriate controller via linear feedback methods to overcome this problem. We made use of a two-oscillator heart system model, where a given amount of voltage is applied to the SA node with a time delay. To ensure

convergence we applied the “Lyapanuv Theorem of Stability” to our system and simulated our results with the related parameters using SIMULINK programs for the presentation.

Keywords — Van der Pol oscillator; synchronization; master-slave controller; Lyapanuv theorem of stability; heart system models

1. Giriş

Senkronizasyon problemi doğrusal olmayan sistemlerde, denetim sistemlerinde karşılaşılan önemli bir problemdir. Genel olarak senkronizasyonun anlamı, iki veya daha fazla sistemlerde duru işaretinin dalgalanmasını harmonize etmek veya frekans gibi bazı özelliklerini harmonize etmektir. Giriş denetim işareti olmadan ve kuplaj katsayıları değiştirilerek sistem senkronize edilemezse, senkronizasyon için denetim kuralını belirleme sorunuyla karşılaşırız. Bu bildiri kalpdeki senkronizasyon uygulamalarından birini ele alacağız. Farklı frekanslara sahip olan tüm kalp osilatörlerinin birlikte tek bir frekansla titreşmesi senkronizasyon anlamına gelir. Bu önemlidir, çünkü SA ve AV düğümleri arasında senkronizasyonun olmaması durumunda, kalp bloklama aritmileri oluşur. Örneğin sinüs düğümünün frekansı yükseldiği zaman, AV düğümü SA'nın belirlediği frekansı izlemeyebilir ve atrioventricular bloklama aritmisinin oluşmasına neden olur ve yavaşça tam bloklamaya gider. Bu bildiri ana amaç, dominant SA frekansı olan lider osilatörle daha düşük frekanslı AV kalp izleme osilatörünü, doğrusal geribesleme denetim yöntemlerini kullanarak senkronize etmektir [1,2]. Bu amaca ulaşmada iki taraflı kuplaj düşütülerek, iki Van der Pol osilatör sistemi kullanılacaktır [3,4]. Modellerde belirtildiği gibi aritmileri yok etmede, önce SA düğümüne a genlikli ve w frekanslı bir gerilim eklenecektir. Bundan başka küçük gecikmeler dahi, sistem dinamiklerini değiştirebileceğinden, sistem denklemlerinde zaman gecikmesinin alınması aritmileri önleyebilir [5,6]. Bu nedenle $x_i = x_i(t)$ ve $x_i^T = x_i(t-T)$ varsayımlarıyla zaman gecikmeli kalp sisteminin iki osilatör modeli ele alınacak ve

Tıbbi Cihaz Tasarımı 6

senkronizasyon için bir denetleyici tasarlanacaktır [7]. İki osilatör sisteminin senkronizasyon sonuçlarını elde ettikten sonra, senkronizasyondan önceki ve sonraki kalp osilatör sistemlerini karşılaştıracağız Benzetimlerde yakınsamadan emin olmak amacıyla, Lyapunov kararlılık teoremi kullanılacaktır [8].

2. Sistem Modelleri ve Benzetimler

Bu bölümde sırayla, insan kalp sistem modelleri, senkronizasyon denetim yöntemleri ve SIMULINK benzetimleri sunulacaktır.

2.1. İnsan Kalp Sistemi Modelleri

Senkronizasyon problemi açıklamak için, aşağıda verilen iki osilatörlü Van der Pol modelini düşünelim.

$$\begin{aligned} \dot{x}'_{1m} &= x_{2m} \\ \dot{x}'_{2m} &= -d_1(x'^2_{1m} - 1)x_{2m} - c_1x_{1m} + a_1\cos\omega t + R_{13}(x_{1m} - x_{1s}) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}'_{1s} &= x_{2s} \\ \dot{x}'_{2s} &= -d_2(x'^2_{1s} - 1)x_{2s} - c_2x_{1s} + a_2\cos\omega t + R_{24}(x_{2m} - x_{2s}) \end{aligned} \quad (2)$$

Burada a_i , c_i , d_i , w ve R_{ij} sabit model parametrelerini göstermekle birlikte, ilk sistem lider sistem olarak ve ikinci sistem izleyici sistem olarak düşünülür [5,6]. (x_{1m}, x_{2m}) , (x_{1s}, x_{2s}) çiftleri sırayla SA ve AV osilatörlerini gösterir. AV düğümüne uygun bir denetim girişinin uygulanmasıyla, izleyen sistemin durum değişkenleri geçici bir süre sonunda, eğer sistem asimtotik kararlıysa, lider sistemin durum değişkenlerine yakınsayacaktır [10, 11, 12]. Gerçekte ikinci osilatör, dominant frekansa sahip olan birinci osilatörün davranışını izlemelidir. Burada senkronizasyon hataları aşağıdaki gibi tanımlanır [1]:

$$e_1 = x_{1m} - x_{1s} \quad (3a)$$

$$e_2 = x_{2m} - x_{2s} \quad (3b)$$

Senkronizasyonun amacı izleme hatalarını yok etmektir. İnsan kalbi sistem modeline benzer davranış gösteren Van der Pol sisteminden uygun parametrelerin seçilmesinde, deneme ve hata testi kullanılacaktır [8].

2.2. Doğrusal Geribesleme Yöntemleriyle Zaman Gecikmeli Kalp Modelinin Senkronizasyonu

Geribesleme doğrusallaştırılması, doğrusal olmayan sistemin dinamiklerini tamamen veya kısmen doğrusal yapan, doğrusal olmayan sistemlerin tasarımında kullanılan bir yöntemdir. Genel olarak bu yöntemde, orijinal sistem modeli, daha basit formda olan eşdeğer bir modele dönüştürülür. En son olarak, aynı zamanda sistemin asimtotik kararlılığı da test edilir.

Küçük gecikmeler sistemin dinamiklerini değiştirebileceğinden, sistemin matematiksel modelinde zaman gecikmelerinin bulunması sistemin düzenli davranışlarında kaosa ve önemli ölçülerde değişikliklere neden olur [5,6]. Bu nedenle bu alt bölümde, çeşitli zaman gecikmeleri ve kuplaj katsayı büyüklüklerine bağlı olarak sistem davranışını tartışacağız. Bu amaç doğrultusunda, ilk önce sistem denklemlerini uygun biçimde doğrusal ve doğrusal olmayan parçalara ayıracağız. En son olarak, modele gecikmeleri ekleyerek ve uygun bir denetleyici uygulayarak sistemin kuplajlı yeni denklemleri elde edilir. Daha sonra da

3. Gün / 17 Ekim 2015, Cumartesi

senkronizasyon tartışılacaktır. Bu varsayımların sonucunda sistem (1) aşağıdaki gibi değişir. Bu denklemlerde T ve u sırayla zaman gecikmesini ve denetim girişini gösterir.

$$\begin{aligned} \dot{x}'_{1m} &= x_{2m} \\ \dot{x}'_{2m} &= -d_1(x'^2_{1m} - 1)x_{2m} - c_1x_{1m} + a_1\cos\omega t + R_{13}(x_{1m} - x_{1s}(t - T_1)) \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}'_{1s} &= x_{2s} \\ \dot{x}'_{2s} &= -d_2(x'^2_{1s} - 1)x_{2s} - c_2x_{1s} + a_2\cos\omega t + R_{24}(x_{2m} - x_{2s}(t - T_2)) \end{aligned} \quad (4b)$$

Geçici bir süre sonra, izleyen sistemin durum değişkenleri lider sistemin durum değişkenlerine yakınsayacaktır. Buradan gecikmeli bir sistem için senkronizasyon hatası aşağıdaki şekilde tanımlanır [1]:

$$e_1(t) = x_{1m}(t) - x_{1s}(t - T_1) \quad (5a)$$

$$e_2(t) = x_{2m}(t) - x_{2s}(t - T_2) \quad (5b)$$

Senkronizasyonun amacı hataları yok etmektir. Böylece $e_i = 0$, $i=1,2$ olduğunda seçilen denetim fonksiyonları hataları yok eder. (3) ve (4) eşitliklerini birleştirerek aşağıdaki eşitlikleri yazabiliriz.

$$e_1(t) = x_{1m}(t) - x_{1s}(t - T_1) \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} e'_2(t) &= \dot{x}'_{2m}(t) - \dot{x}'_{2s}(t - T_2) = -d_1(x'^2_{1m} - 1)x_{2m} - c_1x_{1m} + a_1\cos\omega t + R_{13}(x_{1m} - x_{1s}(t - T_1)) + d_2(x'^2_{1s} - 1)x_{2s} + c_2x_{1s} - a_2\cos\omega t - R_{24}(x_{2m} - x_{2s}(t - T_2)) - u \end{aligned} \quad (6b)$$

(4) ve (5) denklemleri birleştirilirse, aşağıdaki denklem sistemi elde edilir.

$$e'_1 = e_2 \quad (7)$$

$$e'_2 = -d_1x'^2_{1m}x_{2m} + a_1\cos\omega t + d_2x'^2_{1s}x_{2s} - a_2\cos\omega t - c_1e_1 + R_{13}e_1 + (c_2 - c_1)x_{1s} + (d_1 - d_2)x_{2s} + d_1e_2 - R_{24}e_2 - u$$

Buradan denetim kuralı aşağıdaki gibi seçilir ve

$$u = -d_1x'^2_{1m}x_{2m} + a_1\cos\omega t + d_2x'^2_{1s}x_{2s} - a_2\cos\omega t + (c_2 - c_1)x_{1s} + (d_1 - d_2)x_{2s} + k_1e_1 + k_2e_2 \quad (8)$$

(7), (8) eşitlikleri birleştirilirse

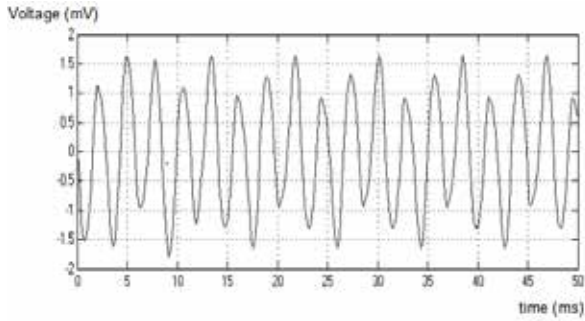
$$e'_1 = e_2 \quad (9)$$

$$e'_2 = (R_{13} - c_1 - k_1)e_1 + (d_1 - R_{24} - k_2)e_2$$

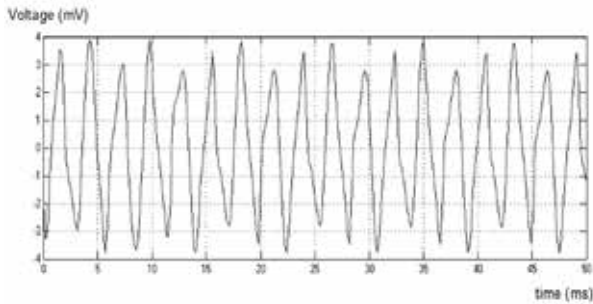
Hata denkleminin matrisel formu, doğrusal bir sistem olup, $e' = Ae$ biçimindedir. Hatanın asimtotik kararlılığı için gerekli ve yeterli koşullar, karakteristik denklemin katsayılarından, geribesleme kazançları sırayla $k_1 > c_1 - R_{13}$ ve $k_2 > d_1 - R_{24}$ olarak bulunur. U denetim girişi uygulandığında, x_{1m} , x_{2m} durum değişkenleriyle x_{1s} , x_{2s} durum değişkenlerinin birbirlerini izlediklerini ve hataların asimtotik değerlerinin sıfır olduğunu benzetim sonuçlarından görebiliriz.

3. SIMULINK Benzetim Sonuçları

İlk olarak önerilen sistem modeline denetleyicinin uygulanmadığı durumda, SIMULINK benzetimi yapıldı. Benzetimde, $c_1 = c_2 = 1$, $d_1 = d_2 = 1$, $R_{13} = 1$, $R_{24} = 10$, $a_1 = 3$, $a_2 = 40$ ve $w = 2.25$ model parametre değerleri kullanıldı. Denetleyici uygulanmadan önceki benzetim sonuçları Şekil 1: a, b' de gösterilmiştir.



a) Lider osilatörün senkronizasyon hatası

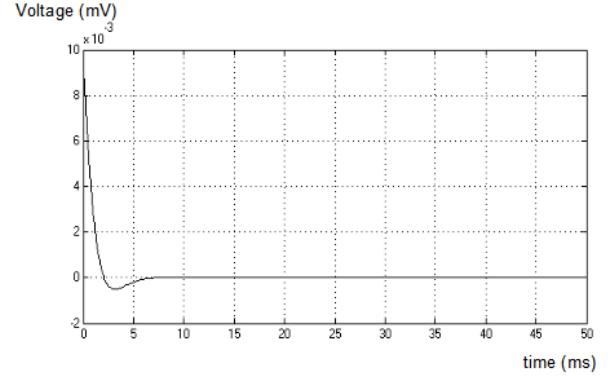


b) İzleyici osilatörün senkronizasyon hatası

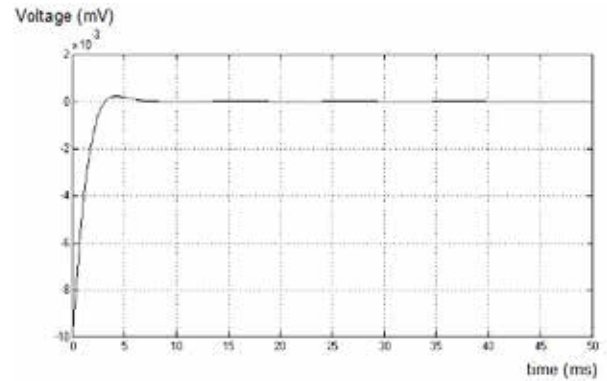
Şekil 1: Denetleyici uygulanmadan önceki senkronizasyon hataları

Denetleyicinin uygulanmadığı durumda, senkronizasyonun tam olarak sağlanmadığını benzetim sonuçları doğrulamaktadır.

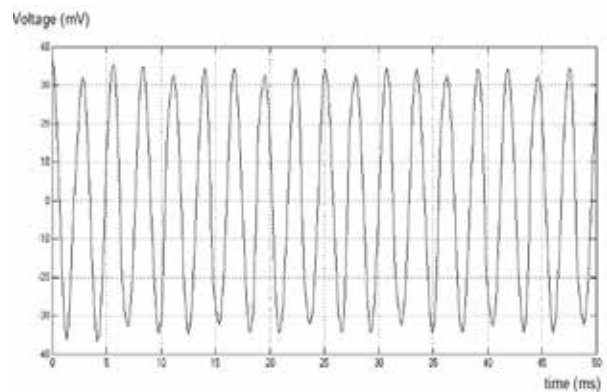
Denetleyicinin uygulandığı durumda, yukarıda kullanılan model parametrelerine ek olarak, asimptotik kararlılık koşulundan bulunan $k_1 = 1$ ve $k_2 = -7.4$ geribesleme parametre değerleri kullanıldı ve bu parametre değerlerine göre sistem modelinin SIMULINK benzetimi yapıldı. Benzetim sonuçları Şekil 2: a, b, c 'de gösterilmiştir. Benzetim sonuçlarının yorumundan, senkronizasyonun belirli hata sınırları içinde sağlandığı görülmektedir. Daha gelişmiş modeller, daha uygun parametre değerleri ve daha iyi denetim yöntemleri kullanarak, çok küçük hata değerleriyle senkronizasyonun tam olarak sağlanabileceğini söyleyebiliriz.



a) Lider osilatörün senkronizasyon hatası



b) İzleyici osilatörün senkronizasyon hatası



c) Denetleyici girişi

Şekil 2: Denetleyici uygulandıktan sonraki senkronizasyon hataları ve girişi



4. Sonuçlar

Bu çalışmada, iki osilatörlü kalp sistemi parametre ve kuplaj katsayılarının değiştirilmesiyle senkronize olmazsa, farklı türde bloklama aritmilerine neden olabileceğini yapılan bilgisayar benzetimlerinden gözlemledik. Bu aritmileri ortadan kaldırmak için SA düğümüne a genlikli ve w frekanslı bir gerilim eklendi ve sonra osilatörlerde zaman gecikme faktörünü kullandık. Eşit olmayan iki Van der Pol osilatör sistemi için uygun bir denetleyici tasarlamak amacıyla, bilinen parametrelerle doğrusal geribeslemeli denetim yöntemi kullanıldı.

En sonunda, denetim yönteminin yakınsaklığını garantili kılmak için Lyapunov kararlılık teoremi uygulandı. Aynı zamanda iki osilatörün senkronizasyon benzetim sonuçları hakkında, senkronizasyondan önceki ve sonraki kalp osilatör sistemleri arasında karşılaştırmalar yapıldı. İnsan kalp sistemi için daha geliştirilmiş modeller ve daha ileri doğrusal olmayan denetim yöntemleri kullanılarak, daha iyi senkronizasyonların sağlanabileceği düşünülmektedir.

5. Kaynakça

- [1] Gholizade-Narm H., Azemi, A.Khademi M.,Karrima-Ghartemani M.,A state observer and a synchronization method for heart pacemakers, Journal of Applied Sciences, 8(18), 3175-3182,2008.
- [2] Nguyen C.,Van der Pol Oscillators Synchronization Methods and Applications, Prentice-Hall, New Jersey,2009
- [3] Angela M, Sergio R, Lopes R, Viana rhythm synchronization and chaotic of coupled Van der Pol oscillators modulation in a model for heart beat , Physica A, 338, 335-355,2004
- [4] Bernardo D, A model of two nonlinear coupled oscillators for the study of heart beat dynamics, Int. Journal of Bifurcation and Chaos, Vol.8, no.10, 1975-1985, 1998
- [5] Gois M, Savi MA, An analysis of heart rhythm dynamics using a three coupled oscillator model, Chaos, Solitons and Fractals 41, 2553-2565, 2009
- [6] Rompala k, Rand R, Howland A, Dynamics of Three coupled Van der Pol oscillators with application to circadian rhythms, Communications of Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol.12, no.5, 794-803, 2007
- [7] Glass L, Synchronization and rhythmic processes in physiology, Nature, Pmid:11258383, 287-294, 2001
- [8] Gottwald G, Melbourne L, A new test for chaos in deterministic systems, Nonlinear Dynamics, doi: 10.1007/s11071-012-0344-z,2012
- [9] Pecora L M, Corroll T L,Synchronization in chaotic systems, Phys. Rev. Lett., Vol.64, no.8, 821-824, 1990
- [10] Ferreira B, Souza A, Savi M, Chaos control applied to heart rhythm dynamics, Chaos, Solitons and Fractals, 44, 587-599, 2011
- [11] Thanom W, Luh R N K, Nonlinear control of heartbeat models, Journal on systemics, Cybernetics and Informatics, Vol.9,no.11, 21-27, 2011
- [12] Van der Pol B, Van der Mark J, The heartbeat considered as a relaxation oscillator and electrical model of the heart,

Philos Mag Magazine and Journal of Science, Series7, supply6, 763-775, 1928

- [13] Yung Z, Li Y, Xu Y, Chaos synchronization and parameter estimation of single degree of freedom oscillator via adaptive control, J Sound Vib, 329, 973-9, 2010