

Çok Etiketli İmgelerin Geriçatımı için İyileştirilmiş TvMin+DART Algoritması

An Improved TvMin+DART Algorithm to Reconstruct Multilabel Images

Ezgi Demircan-Türeyen¹, Mustafa E. Kamaşak²

¹ Bilgisayar Mühendisliği
İstanbul Kültür Üniversitesi
e.demircan@iku.edu.tr

² Bilgisayar Mühendisliği
İstanbul Teknik Üniversitesi
kamasak@itu.edu.tr

Özetçe

Cebirsel ifadeyle imge geriçatımı problemi, çoğunlukla izdüşüm ölçümleri piksellerden sayıca bir hayli az olduğu için, kararsızdır. Ayrık cebirsel geriçatma tekniği (DART), eksik veri ile de tatmin edici imgeler geriçatabilmek için geliştirilmiş algoritmalarından biridir. DART, ele aldığı ayrık lineer ters dönüşüm problemini, cebirsel geriçatma ve eşiklemeye dayalı bölütleme altyordamlarını birbiri ardına kullanarak çözer. TvMin+DART algoritması ise, DART'ı iyileştirmek amacıyla, toplam değişinti minimizasyonu tekniğinden (TvMin) faydalanarak bu altyordamlar üzerinde, bazı değişiklikler önermiştir. Ancak, bu algoritma ilk hali ile, yalnızca ikili imgeler için kullanılabilir. Bu bildiri ile, daha önce önerdiğimiz TvMin+DART algoritması, çok etiketli imgeleri de geriçatabilecek şekilde genelleştirilmiş, ve algoritma, DART ve filtreli ters izdüşüm (FBP) algoritmaları ile karşılaştırılarak, sınanmıştır.

Anahtar Kelimeler — ayrık tomografi; cebirsel geriçatma yöntemleri; eşiklemeye dayalı bölütleme; sıkıştırılmış algılama; toplam değişinti minimizasyonu.

Abstract

From the algebraic point of view, image reconstruction is an under-determined problem, due to the fact that the projection measurements are a lot fewer than the unknown pixels. Discrete algebraic reconstruction technique (DART) is an algorithm used to cope with this situation. DART solves a discrete linear inverse problem by combining an algebraic reconstruction procedure with a threshold segmentation. In order to improve accuracy, the TvMin+DART algorithm modified the subroutines of DART by exploiting total variation minimization technique (TvMin). However, this algorithm was developed for only binary images. In this paper, our TvMin+DART algorithm will be generalized to handle multilabel images as well, and an experimental research to compare the proposed method with the original DART and the conventional filtered backprojection (FBP) will be presented.

Keywords — discrete tomography; algebraic reconstruction techniques; threshold segmentation; compressed sensing; total variation minimization.

1. Giriş

Bilgisayarlı tomografide (BT), taranan nesnenin bir boyutlu izdüşüm ölçümlerinden iki boyutlu kesit görüntüsünün geriçatımı, analitik yöntemlerle veya yinelemeli olarak çözülebilmektedir. Analitik yöntemlerden olan filtreli ters izdüşüm tekniği (FBP), idealde sonsuz sayıda izdüşüm ölçümüne dayanan merkezi kesit teoremini temel alır; uygulamada ise sonlu sayıda izdüşüm verisi söz konusu olduğundan, problemi enterpolasyon tekniklerinden faydalanarak çözer. Ancak bu teknikler, yine de Nyquist-Shannon kısıtasını karşılayamayacak kadar sınırlı izdüşüm ölçümlerinin geriçatımı konusunda başarısızdılar. Tomografik görüntüleme, nesnenin maruz kaldığı radyasyon miktarını düşürme gereksinimi ve zaman gibi çeşitli kısıtlar nedeniyle, imgenin eksik izdüşüm verisi ile eksiksiz yakın bir şekilde geriçatılabilmesi oldukça önemlidir. Bu nedenle, geriçatma problemini yinelemeli olarak çözen cebirsel geriçatma ve norm optimizasyonu gibi yöntemler, çeşitli önsel bilgi ve varsayımlarla kullanıldıklarında, bunu olanaklı kıldıkları için, tercih edilmektedir.

Ayrık tomografi alanı, imge fonksiyonunun ayrık bir değer kümesine sahip olduğu ve taranan nesnenin az sayıda birbirinden farklı yoğunluk derecelerinden oluştuğu varsayımları ile, gereken izdüşüm verisini bir hayli azaltmayı amaçlar. Batenburg ve ark. tarafından geliştirilmiş ve ayrık tomografi alanında kullanılmakta olan ayrık cebirsel geriçatma tekniği (DART) [1], birbirini izleyen cebirsel geriçatma ve geriçatma görüntüsünü ayrıklaştırma aşamalarından oluşmaktadır. Bu algoritmanın her iterasyonunda, sırasıyla, izdüşüm ölçümlerini bir cebirsel geriçatma yöntemi ile ([1]'de eşzamanlı cebirsel geriçatma tekniği (SART) [2] kullanılmıştır) imge uzayına dönüştürme ve elde edilen görüntüyü önceden bilinen gri seviyelerle bölütleme, ([1]'de Otsu eşikleme algoritması [3] kullanılmıştır) gerçekleştirilmektedir. Bölütleme için gereken eşikleme parametresi, imge histogramı üzerinden bulunabileceği gibi;

Tıbbi Görüntüleme 2

1. Gün / 15 Ekim 2015, Perşembe

mevcut izdüşüm verisinden faydalanarak, izdüşüm hatasını enküçültecek şekilde de seçilebilir. Buna dair bir yaklaşım [4]'te önerilmiş, [5]'te ise izdüşüm uzaklığı minimizasyonu (PDM)-DART adı ile kullanılmıştır.

Norm optimizasyonu yöntemlerinden sıkıştırılmış algılama teoremini temel alanlar, seyrek olduğu bilinen sinyaller için, en seyrek çözümü bulmak adına sinyalin ℓ_1 normunu (ℓ_0 -minimizasyonu ve ℓ_1 -minimizasyonu özdeşliğine dayanarak) enküçültmeye çalışır. Ancak çoğu BT görüntüsü seyrek değildir. Bu durumda, sinyali seyrekleştiren dönüşümlerden faydalanılır ve bu kez, sinyalin dönüştürüldüğü uzaydaki temsili için ℓ_1 -minimizasyonu uygulanır. Sinyalin seyrek temsili frekans uzayında aramak için kullanılan dalgacık (Wavelet) gibi dönüşümler dışında, seyrekleştirmeyi imge uzayında gerçekleştiren dönüşümler de kullanılmaktadır. Toplam değişimin minimizasyonu tekniği (TvMin), ikinci tipte bir dönüşüm olan ayırık gradyan dönüşümünden faydalanır. Ayırık gradyanın ℓ_1 normuna toplam değişinti (TV) denilmektedir ve amaç, toplam değişinti miktarını, izdüşüm hatasını da sifıra yakın bir eşğin altında tutacak şekilde enküçültmektir.

Bu bildiride, DART algoritması üzerinde TvMin tekniğini kullanan TvMin+DART algoritmasından [6] bahsedilmiş ve bu algoritmanın, sadece ikili imgeler için tanımlanmış bölütleme fazı, çoklu eşikleme değeri de hesaplayabilecek şekilde genellenmiştir.

2. Yöntem

2.1. Problem Formülasyonu

Cebirsel yöntemler, geriçatma problemini bir lineer denklem sistemi olarak formüle eder ve bu sistemde değişkenler, görüntünün ayırık bileşenlerine; denklemler ise, izdüşüm ölçümlerine karşılık gelir.

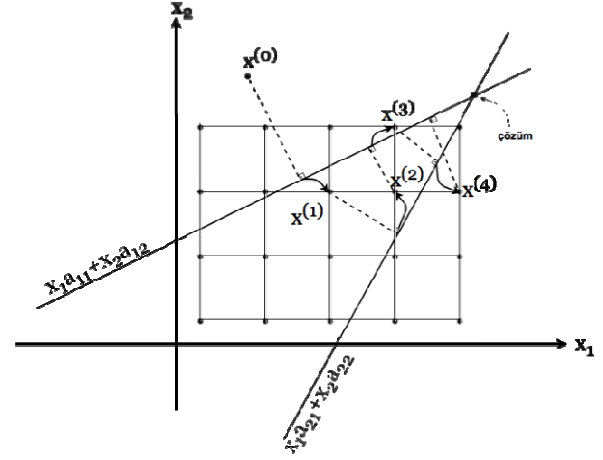
$$Ax = b \quad (1)$$

Denklem 1'de $x \in \mathbb{R}^n$ sistemin bilinmeyenlerini (burada imgenin pikselleri); $b \in \mathbb{R}^m$, izdüşüm vektörünü ve $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ her bir a_{ij} elemanı, x_j pikselinin b_i ölçümüne katkısına karşılık düşen izdüşüm matrisini simgelemektedir. Bu denklem sistemi, Denklem 2'de de görüldüğü üzere, bir izdüşüm ölçümünün, ilgili ışının doğru integraline karşılık düştüğünü söyler.

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

Bu sistem, izdüşüm verisinin eksik olması durumunda, kararsız özelliktedir ve tek bir çözümden bahsedilemez. Bu önerme uygulamada, bir izdüşüm veri kümesinin birden fazla imgeye ait olabileceği gerçeğine karşılık düşer. Kaczmarz metodu, bu tip sistemleri, her iterasyonda mevcut kestirimi hiperdüzlemlere izdüşürüp güncelleyerek çözer. Sunacağımız yöntem tarafından kullanılan SART algoritması [2] Kaczmarz metoduna dayanmaktadır.

DART algoritması, birkaç iterasyonluk SART ile yapılan güncelleme sonrası elde edilen sürekli değerleri önceden bilinen gri seviyeler ile, her bir $x_j \in \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_L\}$ olacak şekilde bölütler, burada $l \in \{1, 2, \dots, L\}$ için ξ_l , a priori gri seviyeleri göstermektedir. Sürekli geriçatma ve onu takip eden bölütleme fazlarına dair bir illüstrasyon Şekil 1'de sunulmuştur. DART algoritması ise Bölüm 2.2'de detaylandırılmıştır.



Şekil 1. Bir ayırık cebirsel geriçatma illüstrasyonu.

Toplam değişinti minimizasyonu tekniğini anlamak adına, imge matrisini X ile gösterip imgenin ayırık gradyanına $D(X)_{ij}$ dersek, yatay ve dikey gradyanlar, sırası ile $D_x(X)_{ij} = |X_{i+1,j} - X_{i,j}|$ ve $D_y(X)_{ij} = |X_{i,j+1} - X_{i,j}|$ olur ve imgenin gradyanı şu şekilde tanımlanır:

$$D(X)_{ij} = \sqrt{(D_x(X)_{ij})^2 + (D_y(X)_{ij})^2} \quad (3)$$

Toplam değişinti (TV) imgenin ayırık gradyanının ℓ_1 normudur ve bunu, imgeyi tekrar Denklem 1'deki vektörel tanımıyla kullanarak aşağıdaki şekilde yazabiliriz:

$$TV(x) = \|D(x)\| = \sum_j |D(x)_j| \quad (4)$$

Denklem 4'te $D(X)_j$, x 'in j pikselindeki ayırık gradyanını temsil etmektedir. Buradan hareketle, toplam değişinti minimizasyonu problemi, Denklem 5'teki şekilde tanımlanabilmektedir:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} TV(x) + \frac{\mu}{2} \|b - Ax\|_2^2 \quad s.t. \quad x > 0 \quad (5)$$

Denklem 5'teki μ düzenleme katsayısıdır. Bu denklemde toplam değişinti minimizasyonu problemi, izdüşüm hatasını kısıt olarak kullanmak yerine, toplam değişinti terimi ile birlikte amaç fonksiyonuna dahil ederek formüle edilmektedir.

2.2. Algoritma

TvMin+DART algoritması [6], orijinal DART algoritmasını iyileştirmeyi hedeflemiştir ve bu amaçla, sıkıştırılmış algılama problemlerinin çözümünde kullanılan toplam değişinti minimizasyonu (TvMin) tekniğinden faydalanmıştır. Ayrıca, bölütleme aşaması için, hem imge, hem de izdüşüm verisi ile tutarlı eşikleme değeri seçmeye yönelik bir yöntem önermiştir. TvMin+DART'ı detaylandırmaya geçmeden önce DART algoritmasından bahsetmek uygun olacaktır.

DART, ayırık tomografi alanında kullanılmakta olan bir algoritmadır. Birbirini takip eden geriçatma ve bölütleme altyardamlarından oluşur. Oldukça sınırlı izdüşüm verisi ile dahi, kaliteli imgeler elde edebilmektedir. Bunu başarabilmek için, imgenin gri seviyelerine dair önsel bilgidan faydalanır ve

Tıbbi Görüntüleme 2

1. Gün / 15 Ekim 2015, Perşembe

bu bilgi ile imgeyi, Otsu eşikleme yöntemi ile ayırık hale getirir. DART algoritmasının başarısı yalnızca onun ayırık tabiatından kaynaklanmamaktadır. DART aynı zamanda her iterasyonda, bölütleme sonrası doğru değerler ile etiketlenmiş olma ihtimali yüksek olan pikselleri sabitleyerek sistemdeki bilinmeyen sayısını azaltır. DART'ın sonraki iterasyonlarında, sadece sınır pikseller kullanılır. k . iterasyonda bölütlenmiş bir imgeyi s^k ile gösterirsek, j pikselinin sınır piksel kabul edilmesi için, en az bir $i \in N(j)$ pikseli ile, $s_j^k \neq s_i^k$ şartını sağlıyor olması gerekir. Burada $N(j) \subset \{1, 2, \dots, n\}$, j 'nin 8-komşuluğundaki pikseller kümesini göstermektedir. Ayrıca, izdüşüm ölçümlerindeki olası gürültüye önlem olarak DART, sınır olmayan piksellerin her birini, $0 \leq p \leq 1$ olasılıkla sınır pikseller kümesine dahil eder. Bu noktada, imge pikselleri, iki kümeye ayrılmıştır: (1) güncellenecek pikseller (küme U , imge u^k ile gösterilecek), (2) sabitlenecek pikseller (küme F , imge f^k ile gösterilecek). Öyleyse, bir sonraki iterasyonda kullanılacak olan izdüşüm vektörü $r^k \in \mathbb{R}^n$ şöyle hesaplanır:

$$r^k = b - Af^k \quad (6)$$

SART algoritması bu defa, Denklem 6'nın üzerinden, başlangıç noktası olarak u^k 'yi kullanarak geriçatımı hesaplar. Tüm bu mekanizma ile değişken sayısı azaltılırken, denklem sayısı sabit kaldığından, lineer denklem sistemi daha az kararsız olur.

TvMin+DART algoritması ise, ilk geriçatımı SART yerine TvMin tekniği (Denklem 5) kullanarak hesaplamaktadır. TvMin tekniği, imgenin yüksek frekanslı bölgelerini vurgulayarak, SART veya bir başka cebirsel geriçatma yöntemine kıyasla bölütlemeye daha uygun bir ilk tahminde bulunabilmektedir. Bu sayede, ilk iterasyonda yanlış sınıflandırılmış piksel miktarı düşürülmüş olur. Denklem 5'i çözmek için TVAL3 algoritması [7] kullanılmıştır. Bu algoritma, türevlenebilir olmamasından dolayı hesaplama maliyeti oldukça yüksek olan toplam değişinti amaç fonksiyonunu, hızlı bir şekilde enküçültbildiği için seçilmiştir.

TvMin+DART algoritmasının, DART'ta yaptığı bir diğer değişiklik ise bölütleme altyordamı üzerinedir. DART, bölütlemeye kullanılacak eşikleme değerlerini imge histogramı üzerinden seçen Otsu algoritmasını kullanır. Otsu, yoğunluk seviyelerini, sınıflar-arası varyansı enbüyütlecek şekilde seçer. Bu, geriçatılmış imge ile tutarlı bir sonuç elde etmeye yarar; ancak aynı sonuç, izdüşüm verisi ile tutarlı olmayabilir. Bu nedenle eşikleme değerini seçerken, mevcut izdüşüm verisinden de faydalanmak anlamlıdır. TvMin+DART algoritması, hem imge histogramından, hem de izdüşüm verisinden faydalanan, iki aşamalı bir bölütleme yöntemi önermiştir. Algoritma önce, sayısı histogramdaki vadilere bakarak belirlenmiş, aday eşikleme değerleri seçer. Bu aşamada, vadi sayısı olan C 'yi belirlemek için [8]'den (algoritmayı VE kısaltması ile simgeleyeceğiz), aday eşikleme değerleri seçmede ise Otsu çoklu eşikleme algoritmasından faydalanmıştır. Bölütlemenin ikinci aşamasında ise, ilk aşamada seçilen adaylar arasından, izdüşüm hatası ile birlikte toplam değişintiyi enküçültlen eşikleme değeri seçilir. Burada amaç fonksiyonu $\mu = 1$ için, yine Denklem 5'tir; ancak bu defa çözüm, aday eşikleme değerleri kümesine karşılık düşen sonlu bir arama uzayı içerisinde seçilir. [6]'da algoritma, iki seviyeli imgeler için tanımlanmış ve kullanılmıştır. Şimdi ise algoritmayı, çok etiketli imgeler için genelleyeceğiz.

TvMin+DART bölütlemesinin ilk aşamasında, VE prosedürü ile elde edilen C 'nin, L etiketli bir imgenin

bölütlenmesi için gerekecek eşikleme değeri sayısı olan $L - 1$ 'den küçük olması durumunda, C 'ye doğrudan $L - 1$ atanır. Daha sonra, Otsu algoritması kullanılarak, C tane aday eşikleme değeri (Bunların oluşturduğu kümeyi $T_{cdt} = \{t_1, t_2, \dots, t_C\}$ ile göstereceğiz) elde edilir. İkinci aşamada ise, T_{cdt} 'in $L - 1$ 'li sıralı altkümelerinden oluşan $T_{ss} = \{T_i \in \mathcal{P}(T_{cdt}) \mid |T_i| = L - 1\}$ kümesi, yani arama uzayı, elde edilir. Bu küme, her bir elemanı, $i = 1, 2, \dots, \binom{C}{L-1}$ için $T_i = \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{L-1}\}$ olan bir altkümeler koleksiyonudur. Problem, Denklem 7'deki gibi tanımlanabilir.

$$\{\tau_1^*, \tau_2^*, \dots, \tau_{L-1}^*\} = \underset{\tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_{L-1}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_j |D(x)_j| + \frac{1}{2} \|b - Ax\|_2^2 \right\} \quad (7)$$

Sonraki aşamada ise, seçilen eşikleme değerleri ve mevcut etiketler kullanılarak imge bölütlenir. Algoritmayı derlemek adına, çok etiketli imgeleri de geriçatabilecek şekilde genellenmiş TvMin+DART'ın sözde kodu Şekil 2'de verilmiştir. Sözde kodda, öncesinde bahsedilip kullanılmış olan sembollere ek olarak; S bölütleme operatörünü, G_σ ise, Gauss yumuşatma filtresini simgelemektedir.

Algoritma (TvMin+DART)

```

 $x^0 \leftarrow TVAL3(x := 0, A, b), \quad k := 0$ 
while (sonlanma kriteri karşılanuncaya kadar) do
   $C \leftarrow VE(H^k)$ 
  if ( $C < L - 1$ ) then  $C \leftarrow L - 1$  end
   $T_{cdt} \leftarrow Otsu(H^k, C)$ 
   $T_{ss} \leftarrow \{T \in \mathcal{P}(T_{cdt}) \mid |T| = L - 1\}$ 
   $T^* \leftarrow \underset{T \in T_{ss}}{\operatorname{argmin}} \{ \sum_j |D(x^k)_j| + \frac{1}{2} \|b - Ax^k\|_2^2 \}$ 
   $s^k \leftarrow S_{T^*}(x^k)$ 
   $U \leftarrow \emptyset, f^k \leftarrow s^k$ 
  for  $j \leftarrow 1 : n$ 
    if ( $\exists h \in N(j) : s_h^k \neq s_j^k$ ) || ( $\operatorname{rand}() < p$ )
       $U \leftarrow U \cup \{j\}$ 
       $f_j^k \leftarrow 0$ 
    end
  end
   $r^k \leftarrow b - Af^k$ 
   $u^k \leftarrow x_h^k, \forall h : h \in U$ 
   $u^k \leftarrow SART(u^k, A_{j \in U}, r^k)$ 
   $x^{k+1} \leftarrow (f^k + u^k) * G_\sigma$ 
end

```

Şekil 2. Genelleştirilmiş TvMin+DART'ın sözde kodu.

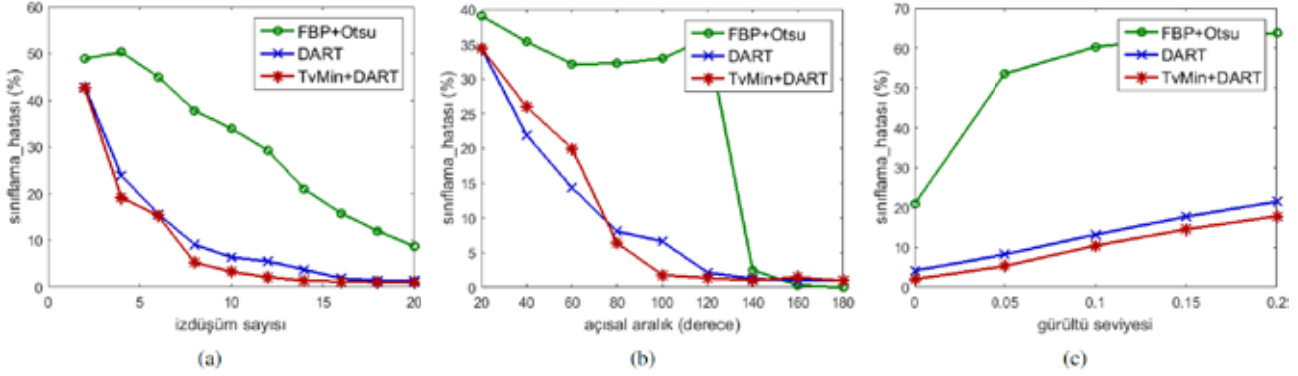
3. Simülasyon Deneyleri

Deneyler MATLAB ortamında gerçekleştirilmiştir. Paralel ışın geometrisinin simülasyonu için AIR Tools paketinden [9] faydalanılmıştır. Deneylerde DART, TvMin+DART ve FBP+Otsu algoritmalarının performansları, Denklem 8'de verilen $smiflama_hatası(\%)$ metriği kullanılarak karşılaştırılmıştır. Kullanılan fantom Şekil 4.a'da sunulmuştur. Bu üç etiketli sentetik imge, [1]'den, 256×256 'lık olacak şekilde uyarlanmıştır.

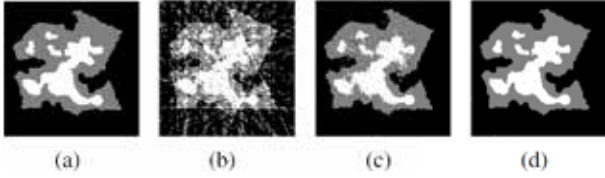
$$smiflama_hatası(\%) = \frac{100}{n} \sum_{j=1}^n (1 - \delta(x, x')) \quad (8)$$

Tıbbi Görüntüleme 2

1. Gün / 15 Ekim 2015, Perşembe



Şekil 3. FBP, DART ve TvMin+DART algoritmaları için, sınıflandırma hatası(%) metriğinin (a) sınırlı açı, (b) sınırlı açısız aralık ve (c) gürültü seviyesine göre değişimi.



Şekil 4. (a) Orijinal fantom, (b) FBP, (c) DART ve (d) TvMin+DART algoritmaları ile geriçatılmış imgeler.

Tüm deneylerde, her bir izdüşüm açısından, imgenin bir boyutuna eşit olacak şekilde, 256 ışın gönderildiği varsayılmıştır. DART ve TvMin+DART için gereken p parametresi, [1]'de de önerildiği üzere, 0.85 olarak belirlenmiştir. Yine DART ve TvMin+DART algoritmaları için, tüm sürekli geriçatma (SART ve TvMin) altyordamları, $t = 3$ iterasyon yapacak şekilde çalıştırılmıştır. Bunlar dışında, deneylerin tamamında $k = 100$ olarak seçilmiştir. Üç farklı deney yapılmıştır: (1) sınırlı sayıda açı deneyinde, izdüşümler $[0, \pi)$ aralığında eşit mesafelerle örneklenmiştir, (2) sınırlı açısız aralık deneyinde, izdüşüm verisi 1 derecelik aralıklarla toplanırken, açısız aralık $[0, \pi)$ 'den $[4\pi/9, 5\pi/9)$ 'a kadar düşürülmüştür, (3) gürültülü izdüşüm deneyinde ise, izdüşüm verisine $\tilde{b} = b + \eta \|b\| \frac{e}{\|e\|}$ şeklinde gürültü eklenmiştir. Burada, \tilde{b} gürültülü izdüşüm verisini; e , bir rastgele gürültü vektörünü ve η , gürültü düzeyini göstermektedir. Tüm bu deneylerin sonuçları, sırası ile, Şekil 3.a, 3.b ve 3.c'de gösterilmiştir. Buna ek olarak, Şekil 4.a, 4.b ve 4.c'de, eşit aralıklı 15 açıdan toplanan izdüşümler için, $k = 50$ iterasyonlu bir deneyde, sırasıyla FBP, DART ve TvMin+DART algoritmaları kullanılarak geriçatılan imgeler verilmiştir.

4. Sonuçlar

DART algoritmasında sürekli geriçatma görüntüsü, oluşan artifaklardan dolayı, takip eden bölütleme aşamasını yanıltabilmektedir. İlk geriçatmayı, bölütlemeye daha uygun hale getirebilmek amacıyla, toplam değışinti minimizasyonu (TvMin) tekniği, TvMin+DART algoritmasıyla birlikte kullanılmıştır. Sonraki safha olan imge bölütlemeye ise, sadece geriçatılmış imgenin yoğunluk bilgisinin değil, aynı zamanda mevcut izdüşüm verisinin de kullanılmasının doğruluğu arttıracakları ileri sürülmüş ve bu bağlamda bir

yaklaşım önerilmiştir. Bu bildiri ile birlikte ise, bu yaklaşım, çoklu eşikleme yapabilecek şekilde genellenmiştir. Sunulan deneylerde, önerilen algoritmanın doğruluğu arttırdığı görüldü de, çok ciddi miktarda bir iyileşme gözlemlenmemiştir. Geriçatma ve bölütlemeyi birbirinden bağımsız altyordamlar olarak ele almak yerine, ayrıklaştırmayı doğrudan geriçatma algoritmasına dahil edebilecek bir yöntem, daha tatmin edici sonuçlar üretebilir. Gelecek çalışmalarımızda, bu olasılık üzerinde durulacaktır.

5. Kaynakça

- [1] Batenburg, K.J. ve Sijbers, J. "DART: A Practical Reconstruction Algorithm for Discrete Tomography.", *IEEE Trans. Image Process.*, 20(9), 2542-2553, 2011.
- [2] Andersen, A.H. ve Kak, A.C. "Simultaneous algebraic reconstruction technique (SART): A superior implementation of the ART algorithm", *Ultrasonic Imaging*, 6(1), 81-94, 1984.
- [3] Otsu, N., "A Threshold Selection Method from Gray-Level Histograms", *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 9(1), 62-66, 1979.
- [4] Batenburg, K.J. ve Sijbers, J. "Adaptive thresholding of tomograms by projection distance minimization", *Pattern Recognition*, 42(10), 2297-2305, 2009.
- [5] van Aarle, W., Batenburg, K.J. ve Sijbers, J., "Automatic parameter estimation for the discrete algebraic reconstruction technique (DART).", *IEEE Trans. Image Process.*, 21(11), 4608-4621, 2012.
- [6] Demircan-Tureyen, E. ve Kamasak, M.E., "A Compressed Sensing Based Approach on Discrete Algebraic Reconstruction Technique", *37th Annual International Conference of The IEEE EMBS*, 2015.
- [7] Li, C., "An Efficient Algorithm For Total Variation Regularization with Applications to the Single Pixel Camera and Compressive Sensing", MS Thesis, Rice Univ., 2009.
- [8] Haung, D.Y., Lin T.W., Hu, W.C., "Automatic Multilevel Thresholding Based On Two-Stage Otsu's Method with Cluster Determination by Valley Estimation", *ICIC International Journal of Innovative Computing, Information & Control*, 7(10), 5631-5644, 2011.
- [9] Hansen P. C. and Saxild-Hansen M., "AIR Tools - A MATLAB Package of Algebraic Iterative Reconstruction Methods", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 236(8), 2167-2178, 2012.